Báo cáo phân tích thiết kế giải thuật

Họ Tên: Tô Hoàng Hiệp

Lớp : Tin Học 12B

Mã Đề: Đề Số 13

***Đề Bài 13:***

Thiết kế thuật toán tìm dãy con liên tiếp có tổng lớn nhất theo phương pháp qui hoạch động với các công việc sau:

1. Nêu bài toán;

2. Mô tả chi tiết thuật toán;

3. Tự xác định 5 bộ dữ liệu (với phần tử N>=10), với mỗi bộ dữ liệu hãy thực hiện từng bước thuật toán đã mô tả ở mục 2 và ghi ra kết quả mỗi bước;

4. Viết chương trình sử dụng C, C++;

5. Đánh giá độ phức tạp thuật toán theo lý thuyết và bằng thực nghiệm, so sánh kết quả;

6. Viết báo cáo (trình bày các nội dung từ 1-5).

**I.Nêu bài toán**

***Đầu vào:*** Mảng N số A[1….N]

***Đầu ra:*** Hãy tìm dãy con các phần tử liên tiếp của A có tổng lớn nhất.

***Phương pháp:*** Theo phương pháp Quy hoạch động.

**II.Mô tả chi tiết thuật toán:**

***2.1.Mô tả***

+Thuật toán: Tìm dãy con liên tiếp có tổng lớn nhất theo phương pháp Quy hoạch động.

+Thuật toán Quy hoạch động là một kỹ thuật thiết kế thuật toán theo kiểu chia bài toán lớn thành các bài toán con, sử dụng lời giải của các bài toán con để tìm lời giải cho bài toán ban đầu. Hay nói một cách khác, lược đồ chung của thuật toán là: phân rã (chia bài toán ban đầu thành bài toán con nhỏ nhất có thể) => giải bài toán con và ghi kết quả => tổng hợp lời giải.)

***2.1.Chi tiết thuật toán:***

***1.Phân rã:***

Gọi S(i) là tổng của dãy con lớn nhất trong dãy i phần tử

Ai = a[1], …., a [i], i = 1,2,…, n

thì S(n) là giá trị cần tìm.

***2. Bài toán cơ sở:***

-Với i =1 ta có S(1)= a[1].

***3. Tổng hợp:***

- Giả sử i > 1 và S[k] là đã biết với k = 1,.., i−1.

* Ta cần tính S[i] là tổng của dãy con liên tiếp lớn nhất của dãy

a[1]…, a[i-1], a[i].

Các dãy con liên tiếp của dãy này có thể là một trong hai trường hợp:

+Trường hợp 1: Các dãy con liên tiếp có chứa a[i]

+ Trường hợp 2:Các dãy con liên tiếp không chứa a[i]

1. Gọi MaxS(i) là tổng lớn nhất của các dãy con liên tiếp của dãy a[1]...a[i]
2. Gọi MaxE(i) là tổng lớn nhất của các dãy con liên tiếp của dãy a[1]..a[i] chứa chính a[i].

***Tính MaxE(i)***

* Để tính MaxE(i), i = 1, 2, …, n ta cũng có thể sử dụng công thức đệ quy như sau:

1. Với i=1: MaxE(i) = a[1];

2.Với i >1,

Gọi S là dãy con kế tiếp lớn nhất của dãy a[1]..a[i] có chứa a[i].

* Có hai khả năng:

+ Khả năng 1:

Nếu S chứa a[i−1] do đó độ dài lớn nhất có thể là MaxE(i−1)+a[i];

+Khả năng 2:

Nếu S không chứa a[i−1] thì S chỉ gồm a[i]

Do đó: M*axE[i] = max {a[i] , MaxE[i−1] + a[i] }, i > 1*

**Cài đặt**

**Procedure SubMax**

{

Var MaxS,MaxE, s, e, e1 :Integer ;

**Begin**

MaxS:=a[1];

**Ý nghĩa các biến:**

* **maxS***: tổng dãy con lớn nhất*
* **maxE***: tổng dãy con có chứa phần tử cuối lớn nhất*
* **s,e** *chỉ số đầu và cuối của dãy con có tổng lớn nhất*
* **s1** *chỉ số đầu của dãy lớn nhất kết thúc tại* **i**

MaxE:= a[1];

s:=1; e:=1; s1:=1;

For i: = 2 to n do

{

if MaxE >0

then MaxE:=MaxE+a[i]

else

{ MaxE = a[i]; s1:=i; }

if (MaxE > MaxS)

{

MaxS:= MaxE;

e:=i;

s:=s1;

}

}

**End;**

}

**III.Ví dụ cụ thể:**

***VD1: Input:Mảng 10 phần tử***

***A[1…10] ={ 6, 4, 18, -23, 7, 4, -13, 1, -50, 12}***

***Output: Hãy tìm dãy con các phần tử liên tiếp của A có tổng lớn nhất.***

***Method: Theo phương pháp Quy hoạch động.***

***Lời giải:***

Bước 1: Phân rã:

Gọi S(i) là tổng của dãy con lớn nhất trong dãy i phần tử

Ai = a[1], …., a [i], i = 1,2,…, 10 thì S(10) là giá trị cần tìm.

Bước 2:Bài toán cơ sở

-Với i =1 ta có S(1)= a[1].

B3: Tổng hợp:

Với: s: chỉ số đầu, e: chỉ số cuối, s1: chỉ số đầu tạm và:

Nếu MaxE[i-1] > 0 thì MaxE[i] = MaxE[i-1] + a[i]

Nếu MaxE[i-1] < 0 thì MaxE[i] = a[i]

MaxS[i] = max{MaxS[i-1], MaxE[i]}

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | a[i] | MaxE[i] | S1 | MaxS[i] | s | e | Dãy con lớn nhất |
| 1 | 6 | 6 | 1 | 6 | 1 | 1 | 6 |
| 2 | 4 | 10 | 1 | 10 | 1 | 2 | 6,4 |
| 3 | 18 | 28 | 1 | 28 | 1 | 3 | 6,4,18 |
| 4 | -23 | 5 | 1 | 28 | 1 | 3 | 6,4,18 |
| 5 | 7 | 12 | 1 | 28 | 1 | 3 | 6,4,18 |
| 6 | 4 | 16 | 1 | 28 | 1 | 3 | 6,4,18 |
| 7 | -13 | 3 | 1 | 28 | 1 | 3 | 6,4,18 |
| 8 | 1 | 4 | 1 | 28 | 1 | 3 | 6,4,18 |
| 9 | -50 | -46 | 1 | 28 | 1 | 3 | 6,4,18 |
| 10 | 12 | 12 | 10 | 28 | 1 | 3 | 6,4,18 |

Dãy con tìm được là :A[1]->A[3] :{6,4,18} ;S(10)=28

***Chạy chi tiết từng bước để được kết quả như trên :***

**Bước 1:**

Với i = 1;

a[1]= MaxE[1]=MaxS[1]=6;

s1=1; e=1; s=1;

Dãy con lớn nhất : {6}

**Bước 2:**

Với i=2; a[2]=4;

Vì MaxE[1]>0;

M*axE[i] = max {a[i] , MaxE[i−1] + a[i] },*

1. MaxE[2]=max{a[2],MaxE[1]+a[2]} =6+4=10;
2. MaxE(10)>MaxS(6)=>MaxS[2]=MaxE[2]=10;

S1=1; s=1; e=2;

Dãy con lớn nhất là:{6,4}

**Bước 3:**

Với i=3;a[3]=18;

M*axE[i] = max {a[i] , MaxE[i−1] + a[i] },*

1.MaxE[3]=max{a[3],MaxE[2]+a[3]} =10+18=28;

2.MaxE(28)>MaxS(10)=>MaxS[2]=MaxE[2]=28;

S1=1; s=1; e=3;

Dãy con lớn nhất là:{6,4,18}

**Bước 4 :**

Với i=4 ;a[4]=-23 ;

M*axE[i] = max {a[i] , MaxE[i−1] + a[i] },*

1.MaxE[4]=max{a[4],MaxE[3]+a[4]} =28-23=5;

2.MaxE(5)<MaxS(28)=>MaxS=28 ;

S1=1; s=1; e=3;

Dãy con lớn nhất là:{6,4,18}

**Bước 5 :**

Với i=5 ;a[5]=7 ;

M*axE[i] = max {a[i] , MaxE[i−1] + a[i] },*

1.MaxE[5]=max{a[5],MaxE[4]+a[5]} =5+7=12;

2.MaxE(12)<MaxS(28)=>MaxS=28 ;

S1=1; s=1; e=3;

Dãy con lớn nhất là:{6,4,18}

**Bước 6:**

Với i=6 ;a[6]=4 ;

M*axE[i] = max {a[i] , MaxE[i−1] + a[i] },*

1.MaxE[6]=max{a[6],MaxE[5]+a[6]} =12+4=16 ;

2.MaxE(16)<MaxS(28)=>MaxS=28 ;

S1=1; s=1; e=3;

Dãy con lớn nhất là:{6,4,18}

**Bước 7:**

Với i=7 ;a[7]=4 ;

M*axE[i] = max {a[i] , MaxE[i−1] + a[i] },*

1.MaxE[7]=max{a[7],MaxE[6]+a[7]} =16-13=3 ;

2.MaxE(3)<MaxS(28)=>MaxS=28 ;

S1=1; s=1; e=3;

Dãy con lớn nhất là:{6,4,18}

**Bước 8:**

Với i=8 ;a[8]=1 ;

M*axE[i] = max {a[i] , MaxE[i−1] + a[i] },*

1.MaxE[8]=max{a[8],MaxE[7]+a[8]} =3+1=4 ;

2.MaxE(4)<MaxS(28)=>MaxS=28 ;

S1=1; s=1; e=3;

Dãy con lớn nhất là:{6,4,18}

**Bước 9:**

Với i=9 ;a[9]=-50 ;

M*axE[i] = max {a[i] , MaxE[i−1] + a[i] },*

1.MaxE[9]=max{a[9],MaxE[8]+a[9]} =4-50=-46;

2.MaxE(-46)<MaxS(28)=>MaxS=28 ;

S1=1; s=1; e=3;

Dãy con lớn nhất là:{6,4,18}

**Bước 10:**

Với i=10 ;a[10]=12;

M*axE[i] = max {a[i] , MaxE[i−1] + a[i] },*

1.MaxE[10]=max{a[10],MaxE[9]+a[10]} =12 ;

2.MaxE(12)<MaxS(28)=>MaxS=28 ;

S1=10; s=1; e=3;

Dãy con lớn nhất là:{6,4,18}

🡺Dãy con có tổng lớn nhất là {6,4,18}

***VD2: Input: Mảng 10 phần tử***

***A[1….10] = {-98,54,67,65,-879,78,65,21,-6,67}***

***Output:Hãy tìm dãy con các phần tử liên tiếp của A có tổng lớn nhất.***

***Method: Theo phương pháp Quy hoạch động.***

***Lời giải:***

Bước 1: Phân rã:

Gọi S(i) là tổng của dãy con lớn nhất trong dãy i phần tử

Ai = a[1], …., a [i], i = 1,2,…, 10 thì S(10) là giá trị cần tìm.

Bước 2:Bài toán cơ sở

-Với i =1 ta có S(1)= a[1].

B3: Tổng hợp:

Với: s: chỉ số đầu, e: chỉ số cuối, s1: chỉ số đầu tạm và:

Nếu MaxE[i-1] > 0 thì MaxE[i] = MaxE[i-1] + a[i]

Nếu MaxE[i-1] < 0 thì MaxE[i] = a[i]

MaxS[i] = max{MaxS[i-1], MaxE[i]}

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | a[i] | MaxE[i] | S1 | MaxS[i] | s | e | Dãy con lớn nhất |
| 1 | -98 | -98 | 1 | -98 | 1 | 1 | -98 |
| 2 | 54 | 54 | 2 | 54 | 2 | 2 | 54 |
| 3 | 67 | 121 | 2 | 121 | 2 | 3 | 54,67 |
| 4 | 65 | 186 | 2 | 186 | 2 | 4 | 54,67,65 |
| 5 | -879 | -693 | 2 | 186 | 2 | 4 | 54,67,65 |
| 6 | 78 | 78 | 6 | 186 | 2 | 4 | 54,67,65 |
| 7 | 65 | 143 | 6 | 186 | 2 | 4 | 54,67,65 |
| 8 | 21 | 164 | 6 | 186 | 2 | 4 | 54,67,65 |
| 9 | -6 | 158 | 6 | 186 | 2 | 4 | 54,67,65 |
| 10 | 67 | 225 | 6 | 225 | 6 | 10 | 78,65,21,-6,67 |

Ta có bộ số cần tìm là:a[6]->a[10]{78,65,21,-6,67}

S(10)=225 ;

***VD3: Input: Mảng 12 số***

***A[1… 12] ={ -67,6,-65,76,-56,6,75,13,43,-34,-14,47 }***

***Output:Hãy tìm dãy con các phần tử liên tiếp của A có tổng lớn nhất.***

***Method:Theo phương pháp Quy hoạch động.***

***Lời giải:***

Bước 1: Phân rã:

Gọi S(i) là tổng của dãy con lớn nhất trong dãy i phần tử

Ai = a[1], …., a [i], i = 1,2,…, 12 thì S(12) là giá trị cần tìm.

Bước 2:Bài toán cơ sở

-Với i =1 ta có S(1)= a[1].

B3: Tổng hợp:

Với: s: chỉ số đầu, e: chỉ số cuối, s1: chỉ số đầu tạm và:

Nếu MaxE[i-1] > 0 thì MaxE[i] = MaxE[i-1] + a[i]

Nếu MaxE[i-1] < 0 thì MaxE[i] = a[i]

MaxS[i] = max{MaxS[i-1], MaxE[i]}

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | a[i] | MaxE[i] | S1 | MaxS[i] | s | e | Dãy con lớn nhất |
| 1 | -67 | -67 | 1 | -67 | 1 | 1 | -67 |
| 2 | 6 | 6 | 2 | 6 | 2 | 2 | 6 |
| 3 | -65 | -59 | 2 | 6 | 2 | 2 | 6 |
| 4 | 76 | 76 | 3 | 76 | 3 | 3 | 76 |
| 5 | -56 | 20 | 3 | 76 | 3 | 3 | 76 |
| 6 | 6 | 26 | 3 | 76 | 3 | 3 | 76 |
| 7 | 75 | 101 | 3 | 101 | 3 | 7 | 76,-56,6,75 |
| 8 | 13 | 114 | 3 | 114 | 3 | 8 | 76,-56,6,75,13 |
| 9 | 43 | 157 | 3 | 157 | 3 | 9 | 76,-56,6,75,13,43 |
| 10 | -34 | 123 | 3 | 157 | 3 | 9 | 76,-56,6,75,13,43 |
| 11 | -14 | 109 | 3 | 157 | 3 | 9 | 76,-56,6,75,13,43 |
| 12 | 47 | 156 | 3 | 157 | 3 | 9 | 76,-56,6,75,13,43 |

***Chú ý:***

Chỉ khi MaxE > MaxS

Thì ta mới gán **e=i ;**

**s=s1 ;**

***VD4: Input: Mảng 10 phần tử***

***A[1… 10] ={ 121,-65,-65,63,-4,97,-56,47,63,-110 }***

***Output:Hãy tìm dãy con các phần tử liên tiếp của A có tổng lớn nhất.***

***Method: Theo phương pháp Quy hoạch động.***

***Lời giải:***

Bước 1: Phân rã:

Gọi S(i) là tổng của dãy con lớn nhất trong dãy i phần tử

Ai = a[1], …., a [i], i = 1,2,…, 10 thì S(10) là giá trị cần tìm.

Bước 2:Bài toán cơ sở

-Với i =1 ta có S(1)= a[1].

B3: Tổng hợp:

Với: s: chỉ số đầu, e: chỉ số cuối, s1: chỉ số đầu tạm và:

Nếu MaxE[i-1] > 0 thì MaxE[i] = MaxE[i-1] + a[i]

Nếu MaxE[i-1] < 0 thì MaxE[i] = a[i]

MaxS[i] = max{MaxS[i-1], MaxE[i]}

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | a[i] | MaxE[i] | S1 | MaxS[i] | s | e | Dãy con lớn nhất |
| 1 | 121 | 121 | 1 | 121 | 1 | 1 | 121 |
| 2 | -65 | 56 | 1 | 121 | 1 | 1 | 121 |
| 3 | -65 | -9 | 1 | 121 | 1 | 1 | 121 |
| 4 | 63 | 63 | 4 | 121 | 1 | 1 | 121 |
| 5 | -4 | 59 | 4 | 121 | 1 | 1 | 121 |
| 6 | 97 | 156 | 4 | 156 | 4 | 6 | 63,-4,97 |
| 7 | -56 | 100 | 4 | 156 | 4 | 6 | 63,-4,97 |
| 8 | 47 | 147 | 4 | 156 | 4 | 6 | 63,-4,97 |
| 9 | 63 | 210 | 4 | 210 | 4 | 9 | 63,-4,97,-56,47,63 |
| 10 | -110 | 100 | 4 | 210 | 4 | 9 | 63,-4,97,-56,47,63 |

Kết quả thu được : a[4]->a[9]={ 63,-4,97,-56,47,63}; S(10)=210

***VD4: Input: Mảng 12 phần tử***

***A[1… 10] ={ -67,46,64,-57,54,32,-83,45,36,-76,60,-78 }***

***Output:Hãy tìm dãy con các phần tử liên tiếp của A có tổng lớn nhất.***

***Method: Theo phương pháp Quy hoạch động.***

***Lời giải:***

Bước 1: Phân rã:

Gọi S(i) là tổng của dãy con lớn nhất trong dãy i phần tử

Ai = a[1], …., a [i], i = 1,2,…, 12 thì S(12) là giá trị cần tìm.

Bước 2:Bài toán cơ sở

-Với i =1 ta có S(1)= a[1].

B3: Tổng hợp:

Với: s: chỉ số đầu, e: chỉ số cuối, s1: chỉ số đầu tạm và:

Nếu MaxE[i-1] > 0 thì MaxE[i] = MaxE[i-1] + a[i]

Nếu MaxE[i-1] < 0 thì MaxE[i] = a[i]

MaxS[i] = max{MaxS[i-1], MaxE[i]}

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | a[i] | MaxE[i] | S1 | MaxS[i] | s | e | Dãy con lớn nhất |
| 1 | -67 | -67 | 1 | -67 | 1 | 1 | -67 |
| 2 | 46 | 46 | 2 | 46 | 2 | 2 | 46 |
| 3 | 64 | 110 | 2 | 110 | 2 | 3 | 46,64 |
| 4 | -57 | 53 | 2 | 110 | 2 | 3 | 46,64 |
| 5 | 54 | 107 | 2 | 110 | 2 | 3 | 46,64 |
| 6 | 32 | 139 | 2 | 139 | 2 | 6 | 46,64,-57,54,32 |
| 7 | -83 | 56 | 2 | 139 | 2 | 6 | 46,64,-57,54,32 |
| 8 | 45 | 101 | 2 | 139 | 2 | 6 | 46,64,-57,54,32 |
| 9 | 36 | 137 | 2 | 139 | 2 | 6 | 46,64,-57,54,32 |
| 10 | -76 | 61 | 2 | 139 | 2 | 6 | 46,64,-57,54,32 |
| 11 | 60 | 121 | 2 | 139 | 2 | 6 | 46,64,-57,54,32 |
| 12 | -78 | 43 | 2 | 139 | 2 | 6 | 46,64,-57,54,32 |

Kết quả thu được : a[2]->a[6]={ 46,64,-57,54,32}; S(12)= 139

***VD5: Input: Mảng 10 phần tử***

***A[1… 10] ={ 21,34,-54,-12,4,17,-12,56,-9,15}***

***Output:Hãy tìm dãy con các phần tử liên tiếp của A có tổng lớn nhất.***

***Method: Theo phương pháp Quy hoạch động.***

***Lời giải:***

Bước 1: Phân rã:

Gọi S(i) là tổng của dãy con lớn nhất trong dãy i phần tử

Ai = a[1], …., a [i], i = 1,2,…, 10 thì S(10) là giá trị cần tìm.

Bước 2:Bài toán cơ sở

-Với i =1 ta có S(1)= a[1].

B3: Tổng hợp:

Với: s: chỉ số đầu, e: chỉ số cuối, s1: chỉ số đầu tạm và:

Nếu MaxE[i-1] > 0 thì MaxE[i] = MaxE[i-1] + a[i]

Nếu MaxE[i-1] < 0 thì MaxE[i] = a[i]

MaxS[i] = max{MaxS[i-1], MaxE[i]}

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | a[i] | MaxE[i] | S1 | MaxS[i] | s | e | Dãy con lớn nhất |
| 1 | 21 | 21 | 1 | 21 | 1 | 1 | 21 |
| 2 | 34 | 55 | 1 | 55 | 1 | 2 | 21,34 |
| 3 | -54 | 1 | 1 | 55 | 1 | 2 | 21,34 |
| 4 | -12 | -11 | 1 | 55 | 1 | 2 | 21,34 |
| 5 | 4 | 4 | 5 | 55 | 1 | 2 | 21,34 |
| 6 | 17 | 21 | 5 | 55 | 1 | 2 | 21,34 |
| 7 | -12 | 9 | 5 | 55 | 1 | 2 | 21,34 |
| 8 | 56 | 65 | 5 | 65 | 5 | 8 | 4,17,-12,56 |
| 9 | -9 | 56 | 5 | 65 | 5 | 8 | 4,17,-12,56 |
| 10 | 15 | 71 | 5 | 71 | 5 | 10 | 4,17,-12,56,-9,15 |

Kết quả thu được : a[5]->a[10]={ 4,17,-12,56,-9,15}; S(12)= 71

**IV.Code**

#include<iostream>

#include<conio.h>

using namespace std;

*//khai báo biến toàn cục được sử dụng trong cả chương trình*

int n, a[100], MaxS, MaxE, l, r, s1;

*//Xây dựng hàm nhập giá tri mảng cần xét*

void Nhap()

{

cout<<"Moi ban nhap vao so phan tu cua mang :";

cin>>n;

cout<<"\t \t"<<"Moi nhap tung phan tu cua mang "<<endl;

for(int i=1;i<=n;i++)

{

cout<<"A["<<i<<"]=";

cin>>a[i];

}

}

*////Hàm xuất ra mảng vừa nhập Nhap()*

void Xuat()

{

cout<<"Day vua moi nhap la:"<<endl;

for(int i=1;i<=n;i++)

{

cout<<a[i]<<"\t";

}

cout<<endl;

}

/// Hàm lay ra vi trí đầu cuoi cua day con có tong lon nhat trong day

void Day\_Con\_Lon\_Nhat(int &s,int &e)

{

//Khoi tao tu bài toán co ban

MaxE=a[1];

MaxS=a[1];

s1=1;

s=1;

e=1;

for(int i=2;i<=n;i++)

{

if(MaxE>0)

{

MaxE=MaxE+a[i];

}

else

{

MaxE=a[i];

s1=i;

}

if(MaxE >= MaxS)

{

MaxS=MaxE;

s=s1;

e=i;

}

}

}

//Xuat ra day con có giá tri lon nhat

void Xuat\_Mang()

{

int sum=0;

cout<<"Day con co gia tri lon nhat la :"<<endl;

for(int i=l;i<=r;i++)

{

cout<<a[i]<<"\t";

}

cout<<endl;

for(int i=l;i<=r;i++)

{

sum+=a[i];

}

cout<<"Tong cua day con lon nhat la: "<<sum;

}

int main()

{

Nhap();

Xuat();

Day\_Con\_Lon\_Nhat(l,r);

cout<<"Vi tri xuat phat :"<<l<<endl;

cout<<"Vi tri ket thuc :"<<r<<endl;

Xuat\_Mang();

getch();

return 0;

}

**V.Đánh giá độ phức tạp**

Để tính được độ phức tạp của thuật toán thì ta cần lắm rõ các quy tắc sau:

Độ phức tạp của giải thuật: O(f(n))

Việc xác định độ phức tạp của giải thuật thực tế có thể tính bằng một số quy tắc đơn gản sau:

* Quy tắc bỏ hằng :

T(n) = O(c.f(n)) = O(f(n)) với c là một hằng số dương

* Quy tắc lấy max :

T(n)=O(c.f(n)+g(n))=O(max(f(n),g(n)))

* Quy tắc cộng :

            T1(n) = O(f(n))

   T2(n) = O(g(n))

T1(n) + T2(n) = O(f(n) + g(n))

* Quy tắc nhân :

Đọan chương trình có thời gian thực hiện T(n)=O(f(n))

Nếu thực hiện k(n) lần đoạn chương trình với k(n)=O(g(n)) thì độ phức tạp là O(g(n).f(n))

Cài đặt chương trình như ở mục IV ta có:

**+ 5 phép gán:**

**MaxS=a[1];**

**MaxE=a[1];**

**s=1;**

**e=1;**

**s1=1;**

* Độ phức tạp của mỗi phép gán là hằng số: O(1)

***Theo Quy tắc cộng: T1(n)=O(f(n)), T2(n)=O(g(n))***

***=> T1(n)+T2(n)=O(f(n)+g(n))***

***Theo Quy tắc lấy max: T(n)=O(f(n)+g(n))=O(max(f(n), g(n)))***

Ta có độ phức tạp của phép gán trên là **T1(n)=O(1).**

**+4 vòng lặp for**

**VL1: for(int i=1;i<=n;i++)**

**{**

**cout<<"a["<<i<<"]=";**

**cin>>a[i];**

**}**

Vòng lặp for thực hiện n lần với việc nhập nên độ phức tạp là O(n).

**VL2: for (int i=1; i<=n; i++)**

**{**

**cout <<a[i]<<",";**

**}**

Vòng lặp for thực hiện n lần với việc xuất nên độ phức tạp là O(n).

**VL3: for (int i=2; i<=n; i++)**

**{**

**if(MaxE > 0)**

**{**

**MaxE=MaxE+a[i];**

**}**

**else**

**{**

**MaxE=a[i];**

**s1=i;**

**}**

**if(MaxE > MaxS)**

**{**

**MaxS=MaxE;**

**s=s1; e=i;**

**}**

**}**

Trong vòng lặp for này có lồng **2 vòng lặp if**:

**Vòng lặp if 1: if(MaxE>0) => T0(n) = O(n)**

**{**

**MaxE=MaxE+a[i]; =>T1(n)=O(1)**

**}**

**else**

**{**

**MaxE=a[i]; =>T2(n)=O(1)**

**s1=i; =>T3(n)=O(1)**

**}**

Khi đó độ phức tạp thuật toán của vòng lặp if bằng:

T0(n)+max(T1(n),T2(n),T3(n)) = O(n) (theo quy tắc cộng và quy tắc lấy max)

**Vòng lặp if 2: if(MaxE>MaxS) => T0(n)=O(1)**

**{**

**MaxS=MaxE; => T1(n)=O(1)**

**s=s1; => T2(n)=O(1)**

**e=i; => T3(n)=O(1)**

**}**

Khi đó độ phức tạp thuật toán của vòng lặp if bằng:

T0(n)+max(T1(n),T2(n),T3(n)) = O(1) (theo quy tắc cộng và quy tắc lấy max)

Theo quy tắc cộng và quy tắc lấy max ta có độ phức tạp ở trong vòng lặp for là O(n).

***Với Quy tắc nhân: đoạn chương trình có thời gian thực hiện là T(n)=O(f(n)) nếu thực hiện k(n) lần đoạn chương trình với k(n)=O(g(n)) thì độ phức tạp là O(g(n).f(n))***

Áp dụng quy tắc nhân cho vòng lặp for với n vòng lặp => Độ phức tạp của vòng lặp for**: O(n2)**

**VL4: for (int i=s; i<=e; i++)**

**{**

**cout <<a[i]<<",";**

**}**

Vòng lặp for thực hiện e-s lần với việc xuất nên độ phức tạp là O(e-s) ((e-s)<n).

* Tổng hợp lại ta có 4 vòng lặp for với lần lượt độ phức tạp là: O(n), O(n), O(n2), O(e-s). Áp dụng quy tắc cộng và quy tắc lấy max ta có độ phức tạp của vòng lặp là: **T2(n)=O(n2)**
* ***Áp dụng quy tắc cộng và quy tắc lấy max cho T1(n) và T2(n) ta được độ phức tạp của cả chương trình là* O(n2).**